

例 .

$$27x + 18y - 30z = 15 \quad (1)$$

の解を求める .

$\gcd(27, 18, -30) = 3$ は 15 の約数 . よって (1) は解を持つ .

(1) を 3 で割り ,

$$9x + 6y - 10z = 5. \quad (2)$$

反復 1 $s = \min\{|9|, |6|, |-10|\} = 6$.

$$\begin{aligned} 9x + 6y - 10z &= (6 \cdot 1 + 3)x + (6 \cdot 1 + 0)y + (6 \cdot (-2) + 2)z \\ &= 6(x + y - 2z) + 3x + 2z \end{aligned}$$

よって (2) を

$$\begin{cases} u = x + y - 2z & (3) \\ 6u + 3x + 2z = 5 & (4) \end{cases}$$

と分解 .

反復 2 (4) について , $s = \min\{|6|, |3|, |2|\} = 2$.

$$\begin{aligned} 6u + 3x + 2z &= (2 \cdot 3 + 0)u + (2 \cdot 1 + 1)x + (2 \cdot 1 + 0)z \\ &= 2(3u + x + z) + x \end{aligned}$$

よって (4) を

$$\begin{cases} v = 3u + x + z & (5) \\ 2v + x = 5 & (6) \end{cases}$$

と分解 .

反復 3 (6) は $s = \min\{|2|, |1|\} = 1$ の自明な場合 . よって

$$x = 5 - 2v \quad (7)$$

(v は任意の整数).

後処理 (5) と (7) より

$$z = v - 3u - x = v - 3u - (5 - 2v) = -3u + 3v - 5 \quad (8)$$

(3)(7)(8) より

$$\begin{aligned} y &= u - x + 2z = u - (5 - 2v) + 2(-3u + 3v - 5) \\ &= -5u + 8v - 15 \end{aligned} \quad (9)$$

(6)(8)(9) をまとめると

$$\begin{cases} x = -2v + 5 \\ y = -5u + 8v - 15 \\ z = -3u + 3v - 5. \end{cases}$$

任意の $u, v \in \mathbb{Z}$ に対して上式の (x, y, z) は (1) の解を与える .

また , 任意の解 (x, y, z) に対し , 上式をみたす $u, v \in \mathbb{Z}$ が存在 .

u と v をパラメータ (parameter) とするパラメータ表示と呼ぶ .