順序問題における遺伝的交叉法に対する一考察

非会員 柳浦睦憲　茨木俊秀 (京都大学工学部)

On Genetic Crossover Operators for Sequencing Problems

Mutsunori YAGIURA, Toshihide IBARAKI
Nonmember (Faculty of Engineering, Kyoto University)

Crossover is one of the most important operators in genetic algorithms, on which the overall perfo
the algorithms critically depends. In this paper, we review a variety of crossover operators proposed for s
problems, and analyze the relationship between characteristics of the operator and performance of the a
From this analysis, we propose simple criteria for measuring the quality of crossover operators. Some comp
analysis on single machine scheduling problem is then added to validate the effectiveness of the proposed

キーワード：遺伝アルゴリズム，交叉，順序づけ問題，1 機械スケジューリング問題

1　序論

遺伝アルゴリズム (genetic algorithm, GA) は，生物進化に着想を得た，多点情報を利用する確率的アルゴリズムの 1 つであり，交叉 (crossover)，突然変異 (mutation)，選択 (selection) という 3 つの遺伝的操作からなる[5][8][11][14]．組合せ最適化の分野においては，アルゴリズム内部に欲張り法などの heuristics や局所探索法 (local search) などを取り入れた方法[13][15][22][26]や，また解集合の初期収束を避けるために，選択を局所的な解集団ごとに行うなどの変形[9][16][19]も研究されている．

交叉は複数個の候補解 (親と呼ぶ) から新たな解 (子と呼ぶ) を発生する操作で，GA の特徴の 1 つであり，アルゴリズムの性能に大きな影響をもつ[20][21]．交叉には，0-1 ベクトルで表現された解に対するものだけでも，1 点交叉，2 点交叉，多点交叉，一様交叉，線形結合を利用した交叉など，様々なものがあり，また，図形やグラフに直接適用できる交叉も提案されている[5][14]．また，ほとんどの組合せ最適化問題においては，解空間に制約がついており，交叉の際にそれらの制約をみたす実行可能解を生成する必要がある．例えば，代表的な組合せ最適化問題の 1 つである行商人問題 (traveling salesman problem, TSP) においては，解は n 都市の順列で

伝アルゴリズムの簡単な枠組みを想定し，具体
て，1 機械スケジューリング問題 (single mach
problem, SMP) を取り上げ，計算実験を行っ
つの機械上で処理される仕事の最適な (即ち，
順序を決定するという問題である[1][12]．その
叉法のみたすべき基準として，1) 2 つの親の形
素を少なく抑える，2) 生成可能な子の多様性を
重要であることを指摘し，その具体的な評価

2　従来の順序づけ交叉

本節では，これまでに提案されてきた順序づ
する (heuristics, local search 等を含まないも
ここで紹介する交叉の多くは，TSP に対して
のであるが，一部は SMP に適するように修正
また，交叉の基となる親の数と，交叉によっ
の数の組合せはいろいろ考えられるが，ここで
Bから 1 つの子 Cが作られるものとして説明す
合上，順列の要素を $N = \{1, \ldots, n\}$，順列の
jであることを$\sigma(i) = j$ (または $\sigma^{-1}(j) = i$)
親 A, 親 B, 子 Cの順列を$\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$と記す．

PMX (partially mapped crossover): まず

素を継承するかを決定する手法を一般に一様交叉 (uniform crossover) と呼ぶ．特に高々k点で 0 と 1 が隣接するマスクのみを発生する場合を，k点交叉という．例えば，マスク 11000, 10011 はそれぞれ 1 点交叉，2 点交叉に対応する．以下では，1 点，2 点，一様交叉のみを考え，それぞれ PMX(1), PMX(2), PMX(U) と記す．PMX は PMX(2) として提案された[7]．文献 (8)(20)(21) などにも紹介がある．

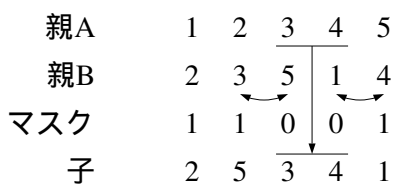


図 1: PMX(2) の 1 例．
Figure 1: An example of PMX(2).

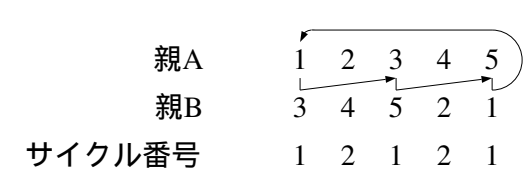
CX (cycle crossover): 本方法では，全ての i に対し，

$$\sigma_C(i) = \sigma_A(i) \text{ または } \sigma_B(i) \tag{1}$$

が成り立つようにσ_Cを構成する．まず以下のように順列の各位置 i にサイクル番号 $r(i)$ をつける (図 2)．ここで，$r(i) = 0$ は番号がついていないことを表す．

1. $k := 1,\ \forall i, r(i) := 0$ とする．
2. $i_0 := \min\{i \mid r(i) = 0\}, i := i_0$とする．
3. $r(i) := k, i := \sigma_A^{-1}(\sigma_B(i))$ を $i = i_0$となるまで反復．
4. $\forall i,\ r(i) > 0$ なら終了．そうでなければ，$k := k + 1$ としてステップ 2 へ．

サイクル番号 $r(i)$ によって，全要素はサイクル $R_k = \{i \mid r(i) = k\}$ に分割される．そこで，同じサイクルの要素は必ず同じ親から受け継ぐようにすれば条件 (1) を満すことができる (図 2)．どちらの親から受け継ぐかを決める方法はいろいろ考えられるが，ここでは，各サイクル R_k に対しランダムに決める方法 CX(U) (uniform より)，ランダムに選んだ 1 つのサイクルのみ親 A から，残りを親 Bから受け継ぐ方法 CX(1)，及びサイクル番号 kが奇数の時は親 A, 偶数の時は親 Bから受け継ぐ方法 CX(A) (交互 (alternate) にサイクルを取ることから) の 3 つを考察する．CX は CX(U) として提案された[20]．文献 (8)(21) などにも紹介がある．



るかを左から順に定めていくことで順列を符号
操作中，既に登場した要素はリストから除いた
素の順位を定める．順列σ をこのように符号
$\bar{\sigma}$ と記すと，$\bar{\sigma}(i) = \sigma(i) - |\{j \mid \sigma(j) < \sigma(i$
る．σ と$\bar{\sigma}$ は 1 対 1 に対応する．次に，n ビッ
ク $m \in \{0,1\}^n$ を発生し，$m(i) = 0$ ならば$\bar{\sigma}$
$m(i) = 1$ ならば$\bar{\sigma}_C(i) := \bar{\sigma}_B(i)$ とすることに
された子を作る．出来上がった$\bar{\sigma}_C$ を複号化
る．PMX と同様，マスクの性質に応じて，1
交叉を考え，それぞれ FLX(1), FLX(2), FLX
3)．FLX は FLX(1) として提案された[10]．

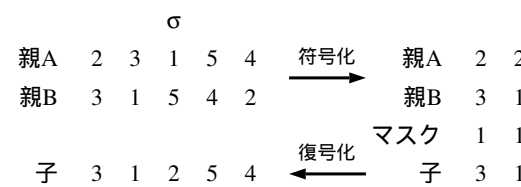


図 3: リスト (1,2,3,4,5) を用いた FLX(
Figure 3: An example of FLX(1) with list

POPX (partial order preserving crossove
共通する 2 要素間の半順序 (partial order) を保
子を生成する方法である．A に対し

$$D_A := \{(i,j) \mid \sigma_A^{-1}(i) \le \sigma_A^{-1}(j)\}$$

と定める．D_B, D_C も同様に定義する．2 つ
通する半順序 Dは，$D := D_A \cap D_B$ と定義で
Cとして，Dに矛盾しない (i.e., $D \subseteq D_C$) 順
成する．Nの任意の部分集合を $S \subseteq N$, Sの D
元の集合を $M_D(S) := \{i \in S \mid \forall j \in S - \{i\},$
定義する．

1. $S := N, i := 1$ とする．
2. $j \in M_D(S)$ をランダムに 1 つ選び，$\sigma_C($
3. $i = n$ ならば終了．さもなくば，$i := i + 1$
とし，ステップ 2 へ．

この方法 (POPX1 と呼ぶ) は，文献 (22) な
るが，類似の手法が文献 (6) にも紹介されて
記ステップ 2 において，次の要素 jを $\{\sigma_A(i_A^S$
し，$i_A^S := \min\{i \mid \sigma_A(i) \in S\}$, i_B^Sも同様) より
ぶ方法も考えられる (POPX2 と呼ぶ)．図 4の
節点集合，Dを有向枝集合とみなし，半順序 D
ラフをそえる．

OX (order crossover): まず，n ビットのマスク $m \in \{0,1\}^n$ をランダムに発生し，$m(i) = 0$ ならば$\sigma_C(i) := \sigma_A(i)$ とする．$S_m := \{\sigma_A(i) \mid m(i) = 0\}$ と定義すると，$D'_B := D_B - \{(i,j) \mid i \in S_m$ または $j \in S_m\}$ は $N - S_m$ の全順序である．$m(i) = 1$ の各位置に，前から順に D'_B の順序に従って要素を割り当てていくことにより，子 Cが完成する．PMX と同様，マスクの性質に応じて 1 点，2 点，一様交叉を考え，OX(1), OX(2), OX(U) と記す (図 5)．

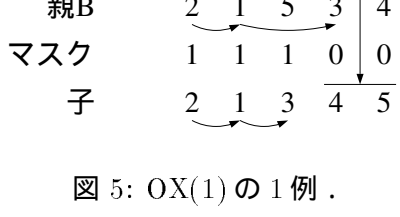


図 5: OX(1) の 1 例．
Figure 5: An example of OX(1).

OX は文献 (4) で OX(1) として，また独立に文献 (15) で OX(2) として提案された．文献 (8)(20) などにも OX(2) として紹介されている．また，OX(U) は文献 (5)(p. 342∼) に 2 種類の交叉法として紹介されているが，本研究の枠組ではいずれも OX(U) に等しい．

AEX (alternating edge crossover): まず，解をポインタ p によって表現する．$p(i) = j$ は，要素 i の次に jが並ぶことを意味する．便宜上，出発点と終了点を併せて 0 で表すことにすると，この p を用いて順列σ は，$p(0) = \sigma(1)$, $p(\sigma(i)) = \sigma(i+1)$ $(i = 1, \ldots, n-1)$, $p(\sigma(n)) = 0$ と書ける．親 A, B及び子 Cのポインタ表現をそれぞれp_A, p_B, p_C と記す．以下の操作では，まだポインタに現れていない要素の集合を Sと表す．

1. $i := 0$, $S := N$とする．
2. $\{p_A(i), p_B(i)\} \cap S \neq \phi$ならば，この中から jを，さもなくば $j \in S$をランダムに選び，$p_C(i) := j$とする．
3. $i := j$, $S := S - \{j\}$ とする．$S = \phi$ならば，$p_C(i) := 0$ として終了．そうでないときはステップ 2 へ．

AEX は文献 (10) の中で提案されたものであるが，上記とはやや異なり，次のポインタ $p_C(i)$ を $p_A(i)$, $p_B(i)$ から反復毎に交互に選び (名前，alternating の所以)，選んだものが S に含まれないときは S からランダムに選ぶというものである．文献 (10)(13) には，これを多少手直ししたものも提案されている (図 6)．

ERX (edge recombination crossover): AEX のステップ 2 において，$p_A(i), p_B(i) \in S$のとき，$\{p_A(p_A(i)), p_B(p_B(i))\}$

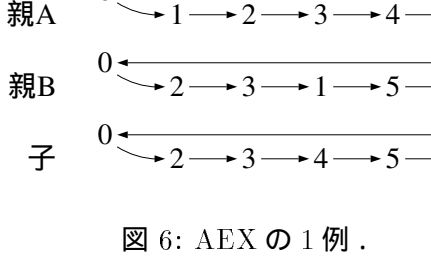


図 6: AEX の 1 例．
Figure 6: An example of AEX

あっている 4 つの要素を候補とするもので，上
なる．ERX の改良版も紹介されている(21)．

その他: TSP に対する順序づけ交叉には，
サブツアー交換交叉(25)，それに類似した手法(
も Sorted match として紹介) などがある．こ
も SMP 向きに手直しして計算を行ったが，良
れなかったので，以下の考察には含めない (サ
交叉は 2 個の親から生成され得る子の数 (後述
極めて小さく (詳細は文献 (23) 参照)，そのた
2 に合致しないのがその理由と考えられる．
優れた結果が報告されているが，これは，候補
汰の方法など本論文とは異なる枠組みを用いて
響していると思われる)．この他にも，上記以外
提案されているが(2)(9)(17)，上記の手法，また
合せたものに類似しているという理由から省

3 交叉の一般的枠組

前節の様々な交叉は全て以下のような枠組み
とが出来る．

1. 親 A, Bをそれぞれある構成要素の集合
表現する．子の構成要素集合 $T_C := \phi$とする
2. T_Cの新しい要素 e を 1 つ選び，$T_C := T_C$
e は，i) $T_A \cup T_B$ の中から，または，ii) T_Cの
矛盾しない適当な要素の中から選ばれる．そ
の中で T_C に矛盾するものを削除する．ここで
及び，i), ii) どちらの規則が用いられるかは
する．
3. T_C によって，子が一意に表現されるよう
テップ 2 を繰り返す．

子の構成要素で親のどちらにも含まれないも
$(T_A \cup T_B)$ 内の要素を，以下，非継承要素と
上記の構成要素としては，前節の全ての方
i) $T_A := \{(i, \sigma_A(i)) \mid i = 1, \ldots, n\}$

free-list-based representation (FLR), iii) order-based representation (OR), iv) pointer-based representation (PtR) と呼ぶことにする．

例えば，PMX は 2 つの親を PsR で表現するとして説明できる．まず，マスク $m(i) = 0$ なる全ての i について $(i, \sigma_A(i)) \in T_A$ を T_C の要素とする (i.e., $\sigma_C(i) := \sigma_A(i)$ に対応)．このとき，$\sigma_B(j) = \sigma_A(i)$ なる jに対し，$T_B - \{(j, \sigma_B(j))\}$ とする (交換の操作の及ばないものを残す)．$m(i) = 1$ なる全ての i に対し，$(i, \sigma_B(i)) \in T_B$ ならばこれを T_C に加える．残りの部分は非継承要素になるが，$(i, \sigma_B(\sigma_A^{-1}(\sigma_B(i))))$ のように定める．また，CX も 2 つの親を PsR で表現する方法と考えられるが，$T_C \subseteq T_A \cup T_B$ となるようにルールが定められている．OX は親 A を PsR，親 Bを OR で表現するとして説明できる．他の交叉も全て同様に上の枠組みで説明できる．

ところで，上の枠組みの自然な実現法の 1 つとして，ステップ 2 の要素 e の選択をランダムに行う方法が考えられる．その結果，前節の方法とは異なる交叉法となる場合がある．例えば PsR では，$T_A \cup T_B$の中から $(i, \sigma_A(i))$ をランダムに選び，$T_C := T_C \cup \{(i, \sigma_A(i))\}$ としたのち，$(i, \sigma_B(i))$ 及び $\sigma_B(j) = \sigma_A(i)$ なる jに対し，$(j, \sigma_B(j))$ を T_B から除くという操作 ($T_C := T_C \cup \{(i, \sigma_B(i))\}$ の場合も同様) の繰り返しを行う方法となる (position-based random crossover と呼び，PsRND と記す)．同様に，order-based random crossover (ORND)，pointer-based random crossover (PtRND) もランダム選択法を用いて構成できる．FLR では，FLX(U) がこれらに相当する．ポインタ p が $\{0, \ldots, n\}$ の順列であることから，解のポインタ表現に対しても CX と同様の交叉が構成できる (PtCX と呼ぶ)．但し，部分サイクルができないように注意を払う必要がある．

親の表現法に従って交叉を分類すると，表 1のようになる．以上の考察から，交叉法の違いは，構成要素の表現法と，その選択に際して用いられるルールに帰着されるといえる．

表 1: 親の表現方法による交叉の分類．
Table 1: Classification of crossover operators.

親の表現法	交叉の方法
PsR	PMX, CX, PsRND
FLR	FLX
OR	POPX, ORND
PtR	AEX, ERX, PtCX, PtRND
PsR+OR	OX

つランダムに選んで出力することと解釈でき
を選ぶ確率は，等確率であるとは限らない)．

$C(x; A, B)$ が果たす役割の 1 つに，見込みの
に探索を限定することが挙げられる (目標 1)
に探索空間を限定してしまうことには意味が
あると考えられる限りはできるだけ広い範囲を
ある (目標 2)．この，一見矛盾する 2 つの目
いかにとるかが GA の成果の鍵を握っている

目標 1 を達成するために，GA の基本姿勢と
成要素をできるだけ多く受け継ぐ解を $C(x;$
という考え方がある．具体的には，$C(x; A, B$
は，非継承要素ができるだけ少なく抑えられて
ましい (基準 1)．GA において候補解として残
Bは，すでにかなり良い解であることが期待で
の基準によって，それまでの進化の結果を子に
を高く保つことができる．

次に，目標 2 を達成するには，$|C(x; A, B)$
大きくとることが望ましい (基準 2)．

基準 1 と 2 は，一般に，非継承要素数を小さ
すれば $|C(x; A, B)|$ も小さくなり，$|C(x; A, B$
ろうとすれば非継承要素数が増えてしまう傾向
て，両者のトレードオフが重要になる．なお
達成度を数値的にとらえる評価基準として，C
解のコストの平均 (基準 1′: 小さいほど良い)
準 2′: 大きいほど良い) が挙げられる．

基準 1 は，交叉法を第 3章の枠組みのように
構成プロセスにおいて可能なかぎり親の構成要
とで，おおむね達成できると考えられる．実際
法に対し，子に含まれる非継承要素の数 $|T_C$ -
期待値を理論的に評価すると，ほとんどの場合
るある定数 c に対し，$c|T_C|$ となることが確か
PMX(U) では $c = 1/4$ 程度)．この事実は，計
ても確認できた．

次に，基準 2 の達成度をみるため，$|C(x; A,$
現法毎に大ざっぱにオーダーとして評価してお
ンダムに発生したときの $|C(x; A, B)|$ の期待値
す．まず，PsR であるが，PMX はマスクの可能
を数えれば良いから，$|C(\mathrm{PMX}(1))| = O(n), |C$
$O(n^2), |C(\mathrm{PMX}(\mathrm{U}))| = O(2^n)$ である (マスク
同じ解が生成される場合も考えられるが，この
希であると考え無視する．実際，このことを
場合でも，例えば $|C(\mathrm{PMX}(1))| = n - O(1$
となる)．CX は，サイクル数の期待値が O

表 2: 様々な交叉法の比較．

Table 2: A comparison of various crossover operators.

表現法	交叉法 x	最良解からの誤差 (%)		非継承要素の割合 (%)		$\lvert C(x)\rvert$	$C(x;A,B)$ 内の解の平均		$C(x;A,B)$ 内の解の標準偏差	
		$n=35$	$n=100$	$n=35$	$n=100$		$n=35$	$n=100$	$n=35$	$n=1$
PsR	CX(A)	46.5	97.7	0.0	0.0	$O(1)$	0.062	−0.001	1.5	1
	CX(1)	47.9	97.0	0.0	0.0	$O(\log n)$	0.007	0.018	1.2	1
	CX(U)	61.9	100.0	0.0	0.0	$O(n)$	0.028	−0.004	1.2	1
	PMX(1)	54.4	136.3	14.9	15.9	$O(n)$	0.171	0.187	1.1	1
	PMX(2)	16.3	47.2	16.1	16.5	$O(n^2)$	0.713	0.798	1.5	1
	PMX(U)	8.0	27.7	22.8	24.2	$2^{O(n)}$	0.806	0.807	1.7	1
	PsRND	9.4	25.9	12.7	13.2	$2^{O(n)}$	0.467	0.426	1.6	1
FLR	FLX(1)	110.2	181.2	0.0	0.0	$O(n)$	0.733	0.649	1.4	1
	FLX(2)	82.3	152.6	0.0	0.0	$O(n^2)$	1.048	0.882	1.6	1
	FLX(U)	56.5	100.8	0.0	0.0	$2^{O(n)}$	2.069	1.880	1.9	1
OR	POPX2	105.9	205.8	0.0	0.0	$2^{O(n)}$	0.023	−0.020	0.5	0
	POPX1	67.6	160.9	0.0	0.0	$2^{O(n)}$	−0.155	−0.356	0.8	0
	ORND	8.3	12.3	6.5	7.8	$2^{O(n)}$	0.549	0.561	1.6	1
PtR	PtCX	116.4	206.9	0.0	0.0	$O(n)$	0.608	0.442	1.4	1
	ERX	76.8	122.6	17.2	17.2	$2^{O(n)}$	2.842	2.937	2.0	1
	AEX	79.4	135.2	19.5	19.5	$2^{O(n)}$	2.905	3.089	2.1	1
	PtRND	16.2	56.9	14.0	13.7	$2^{O(n)}$	2.429	3.120	2.1	1
PsR + OR	OX(1)	110.1	190.9	0.0	0.0	$O(n)$	−0.077	−0.117	0.9	1
	OX(2)	10.7	36.0	0.0	0.0	$O(n^2)$	0.379	0.474	1.3	1
	OX(U)	1.4	3.8	0.0	0.0	$2^{O(n)}$	0.135	0.032	1.5	1
	RND	182.0	224.5	100.0	100.0	$O(n!)$	3.440	3.170	2.1	1

FLR では，PMX と同様 $|C(\mathrm{FLX}(1))| = O(n)$, $|C(\mathrm{FLX}(2))| = O(n^2)$, $|C(\mathrm{FLX}(\mathrm{U}))| = O(2^n)$ より，FLX(1), FLX(2), FLX(U) の順である．OR については，$|C(\mathrm{POPX2})| = 2^{n-O(\log n)}$, $|C(\mathrm{ORND})| \leq 2^{O(n^2)}$ であるが，包含関係 $C(\mathrm{POPX2};A,B) \subseteq C(\mathrm{POPX1};A,B) \subseteq C(\mathrm{ORND};A,B)$ より，POPX2, POPX1, ORND の順である．PtR については，$|C(\mathrm{PtCX})| \simeq |C(\mathrm{CX}(\mathrm{U}))|$, $|C(\mathrm{PtRND})| \simeq |C(\mathrm{PsRND})|$ であり，また $|C(\mathrm{AEX})|$, $|C(\mathrm{ERX})|$ は，$|C(\mathrm{PtRND})|$ に近いと思われるが，包含関係 $C(\mathrm{PtCX};A,B) \subseteq C(\mathrm{ERX};A,B) \subseteq C(\mathrm{AEX};A,B) \subseteq C(\mathrm{PtRND};A,B)$ より，PtCX, ERX, AEX, PtRND の順である．最後に，OX についてであるが，これもマスクを利用するので，PMX と同様に考えて $|C(\mathrm{OX}(1))| = O(n)$, $|C(\mathrm{OX}(2))| = O(n^2)$, $|C(\mathrm{OX}(\mathrm{U}))| = O(2^n)$ である．よって，OX(1), OX(2), OX(U) の順である．

5 計算実験

遺伝アルゴリズム 個体数を 100 とし，初期解は全てランダムに与える．探索全体を通じて，候補解中に同じ解をもつことを許さない．選択は，1 回の交叉毎に行い，新しく作られたが現在の候補解中に含まれず，しかも現在候補解中

1 機械スケジューリング問題 (SMP) 代表的
リング問題の 1 つであり，これまで多くの研究
与えられた n 個の仕事 $N = \{1, \ldots, n\}$ を 1 台
するが，機械は 1 度に 1 つの仕事しか処理でき
断，処理間の無駄時間は許されない．従って
は n 個の仕事の順列σを与えることで決定さ
は処理時間 p_i を要し，終了時刻が c_i であると
コストがかかる．c_i は処理順序によって一意に
とき，

$$\mathrm{cost}(\sigma) = \sum_{i \in N} g_i(c_i) \to \min$$

を実現するσを求める問題である．コストの例

$$g_i(c_i) = h_i \max\{d_i - c_i, 0\} + w_i \max\{c_i -$$

を用いた．ここに d_i は仕事 i の納期，h_i, w_i は
i の進み，遅れに対するペナルティの重みであ
に限らず，多くの $g_i(c_i)$ について SMP の NP
れている．

実験結果 計算実験は，SUN SPARC sta
行い，言語は C 言語を用いた．問題例は，文
られた方法に従って，$n = 35, 100$ に対し 10

の平均 (%) で測っている ($n = 35$ では最適解からの誤差)) . ii) 子に含まれる非継承要素の割合 (%) . iii) 子集合の大きさ $|C(x)|$ (オーダーで示す) . iv) 親 A, Bを固定したとき，交叉によって生成される解$\sigma \in C(x; A, B)$ の親のコストの平均値 $m_{AB} = (\mathrm{cost}(\sigma_A) + \mathrm{cost}(\sigma_B))/2$ からのずれを正規化した値 $(\mathrm{cost}(\sigma) - m_{AB})/(\frac{1}{2}|\mathrm{cost}(\sigma_A) - \mathrm{cost}(\sigma_B)|)$ の平均値 . v) 同様に親 A, Bに対して正規化したコスト値 $\mathrm{cost}(\sigma)$ の標準偏差 . 交叉法は，表現法毎に (表 1参照)，上から順に $|C(x)|$ の小さい順に並べてある . RND は，独立にランダムな解を発生する操作を反復するランダムサーチであり，GA の効果を示す基準を提供するために加えた .

データ ii) は，独立なサンプル 10000 個に対する結果である . データ iv), v) において，親 A, Bは初期解中の最良解および 10 番目に良い解とし，各問題に対し 1000 個サンプルを取り，10 問ずつの平均を取った .

表より，非継承要素の割合は，RND を除き全ての場合について比較的小さな定数となることが確かめられる . このことは，4節で述べたように理論的にも確認できている . また，解の表現法毎にみると，$|C(x)|$ のオーダーが大きいほど解の質が高くなる傾向が明確に表れている . なお，$|C(x)| = 2^{O(n)}$ と表記したほとんどの交叉法において，$O(n)$ の係数は 1 前後であり (つまり $|C(x)| \approx O(2^n)$)，あまり大きな差はないが，OR の 3 つでは，POPX2 が $O(2^n)$，POPX1 が $O(2^{2n})$，ORND が $O(2^{4n})$ のようにかなり差があることが観測されている .

$C(x; A, B)$ 内の解の平均は，解の表現方法が等しければほぼ同程度の値となり，FLR, PtR の交叉法ではかなり大きいが，他は比較的小さな値になっている . また，表現法毎にみると，非継承要素の割合が大きくなるに従ってやや悪くなる傾向にある . 標準偏差は，POPX の 2 つでは他に比べて極端に小さく，ERX, AEX, PtRND ではやや大きいが，それ以外のものでは大きな差はないことが分かる .

以上の結果は，前節の考察を裏付けるものとなっている . 即ち，非継承要素数は RND を除いていずれの交叉法でも十分小さい (基準 1) ので，同じ表現法中では，$|C(x)|$ が大きいほど解の質が高い (基準 2) . 具体的には，$|C(x)| \geq 2^{O(n)}$程度が必要と思われる . RND は，$|C(x)|$ は大きいが非継承要素数が極端に大きいので，良い結果を得ない (基準 1) . $C(x; A, B)$ 内の解の平均が悪い交叉法 (FLR, PtR のもの) では，あまり良い結果が得られない (基準 $1'$) . POPX の 2 つは，$C(x; A, B)$ 内の解のコストの標準偏差が他に比べて極端に小さいため，良い結果を得ない (基準 $2'$) .

なお，ここでは，各基準の値を，探索の初期の候補解に基

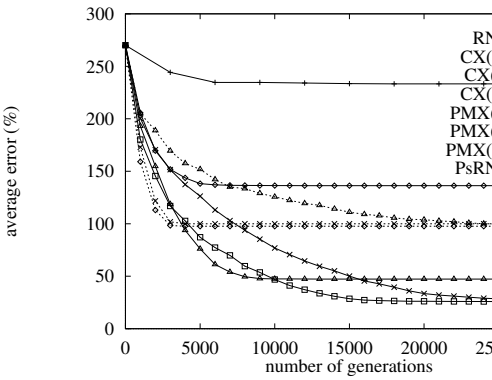


図 7: 交叉法の比較 (PsR).

Figure 7: A comparison of crossovers

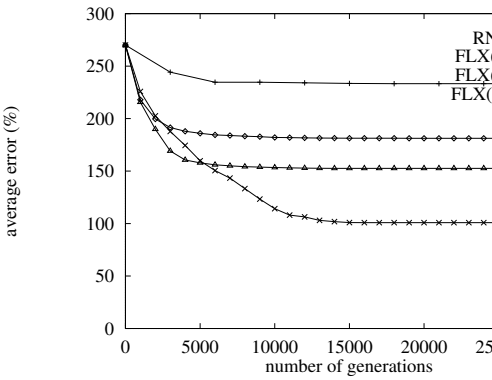


図 8: 交叉法の比較 (FLR).

Figure 8: A comparison of crossovers

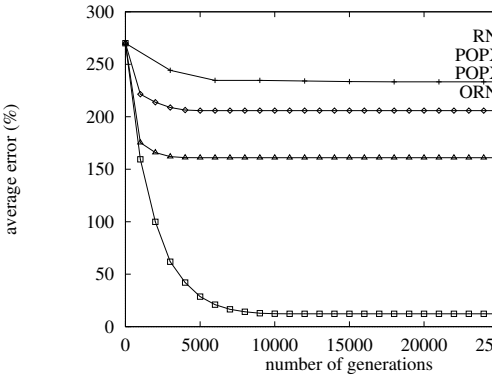
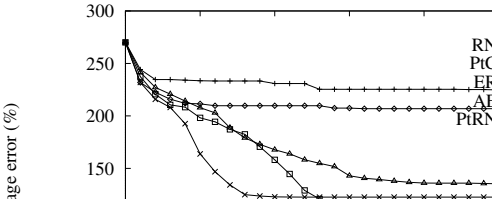


図 9: 交叉法の比較 (OR).

Figure 9: A comparison of crossovers



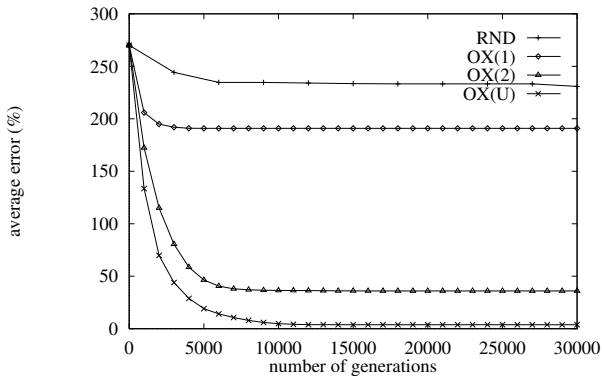


図 11: 交叉法の比較 (PsR+OR).
Figure 11: A comparison of crossovers (PsR+OR).

次に，図 7~11に，$n = 100$ の場合について，GA の交叉回数 (世代数) に対する最良解の改善の様子を各交叉法毎に示す．横軸には計算時間ではなく交叉回数を採用したが，これは本実験ではいずれの方法の交叉計算も高速に行うことができ，解のコストの計算に比べ比較的小さく済むことから，プログラム技術に影響されないデータとして交叉回数が適当と考えたからである．RND 以外は，表現法毎に $|C(x)|$ の小さい順に上から並べてある．図からも，同じ表現法の中で比べると，一般に $|C(x)|$ の大きいものほど解の質が高いという傾向 (基準 2) がうかがえる．また，OR のものは収束が速いが PtR のものは遅いことから，$C(x;A,B)$ 内の解のコストの標準偏差が小さいほど収束は速いといえる (但し，良い解に収束するとは限らない)．

全体としては，OX(U) 及び，子の構成要素の選び方のルールをランダム選択法としたもの (e.g., PsRND, ORND) が良い結果を得ている．これらは，比較的自然に構成でき，しかも提案した基準を満たす交叉法となっている．逆に，1 点交叉や 2 点交叉などのように，問題の本質に関係のないルールを用いて $|C(x)|$ を小さくすることには意味がないことも結論できる．

以上の結果より，良い交叉法を構成するためには，提案した基準が満されていることが望ましいが，一般に $|C(x)|$ 及び $C(x;A,B)$ 内の解のコストの標準偏差を大きくすると，非継承要素数及び $C(x;A,B)$ 内の解の平均も大きくなる傾向にあるため，これらの基準のトレードオフが大切である．このための指針として，1) 非継承要素の割合を小さく抑えながら，$|C(x)|$ を $2^{O(n)}$ となる程度までできるだけ大きくとる，2) $C(x;A,B)$ 内の解の平均が良くなるように，問題の性質をうまくとらえた解の表現方法を用いる，の 2 つが挙げられ

分理解することが重要であると言わざるを得

6 まとめ

GA の交叉法に着目し，解空間が順列である
対するオペレータに限って，今までに提案され
一般的枠組みの下で比較検討した．その結果
さは，親 A, B から交叉法 x によって生成され
$C(x;A,B)$ が持つ性質に基づいて簡単な基準
ことが分かった．これらは，GA における交叉
いて有効な指針となることが期待される．

本研究では，突然変異を用いず，淘汰圧の高
いたため，候補解に多様性を持たせる役割が交
る結果となり，$|C(x)|$ の大きい交叉法が望まし
が観測された．GA において，候補解に多様性
法には，この他に，突然変異を加える，個体数
淘汰圧の小さい淘汰法を用いる，など色々挙げ
らの方法との比較については，今後の課題と
組合せ最適化問題に対する高性能な GA を構成
局所探索法などの解の改善手法を組合せること
ると思われ[22][26]，この点に関する研究も今後

GA は汎用性が高く，アルゴリズム内部に様
むため，それらに色々な工夫を加えることで性
る可能性がある．このロバスト性は GA の一つ
が，一方，GA を利用する立場からは，アルゴ
るだけ簡明であることが望ましいという要望が
味で，GA の枠組を出来るだけ単純化し，どの
リズムの性能にどの様な影響を与えるかを見え
も重要である．本研究は，この様な目的に貢献
指したものである．

謝辞 適切な助言をいただいた永持仁助教授に
に指導いただく研究室の諸氏に厚く御礼申し上
本研究は一部文部省科学研究費によるもので

(平成 5 年 8 月 27 日受付，同 6 年 2 月

文 献

(1) K. R. Baker and G. D. Scudder, "Sequen
liness and Tardiness Penalties: A Reviev
Research **38**, No. 1, 22–36, 1990.

(2) J. N. Bhuyan, V. V. Raghavan and V.
"Genetic Algorithm for Clustering wit

(5) L. Davis, *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, 1991.
(6) B. R. Fox and M. B. McMahon, "Genetic Operators for Sequencing Problems," *Foundations of Genetic Algorithms (FOGA)*, 284–300, 1991.
(7) D. E. Goldberg and R. Lingle, "Alleles, Loci, and the Traveling Salesman Problem," *Proc. 1st ICGA*, 154–159, 1985.
(8) D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
(9) M. Gorges-Schleuter, "ASPARAGOS An Asynchronous Parallel Genetic Optimization Strategy," *Proc. 3rd ICGA*, 422–427, 1989.
(10) J. Grefenstette, R. Gopal, B. Rosmaita and D. Van Gucht, "Genetic Algorithms for the Traveling Salesman Problem," *Proc. 1st ICGA*, 160–168, 1985.
(11) J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, 1975., and MIT Press, 1992.
(12) T. Ibaraki and Y. Nakamura, "A Dynamic Programming Method for Single Machine Scheduling," *European J. of Operational Research* (to appear).
(13) P. Jog, J. Y. Suh and D. Van Gucht, "The Effects of Population Size, Heuristic Crossover and Local Improvement on a Genetic Algorithm for the Traveling Salesman Problem," *Proc. 3rd ICGA*, 110–115, 1989.
(14) 北野, 遺伝的アルゴリズム, 産業図書, 1993.
(15) H. Mühlenbein, M. Gorges-Schleuter and O. Krämer, "Evolution Algorithms in Combinatorial Optimization," *Parallel Computing* **7**, 65–85, 1988.
(16) H. Mühlenbein, "Parallel Genetic Algorithms, Population Genetics and Combinatorial Optimization," *Proc. 3rd ICGA*, 416–421, 1989.
(17) H. Mühlenbein, "Parallel Genetic Algorithms in Combinatorial Optimization," *Computer Science and Operations Research*, Pergamon Press, 441–453, 1992.
(18) 西川, 玉置, "ジョブショップ型スケジューリング問題に対する遺伝アルゴリズムの一構成法," 計測自動制御学会論文集, 27 巻, 5 号, 593–599, 1991.
(19) 西川, 玉置, "近傍モデルによる遺伝アルゴリズムの並列化手法とそのジョブショップ・スケジューリング問題への適用," 計測自動制御学会論文集, 29 巻, 5 号, 589–595, 1993.
(20) I. M. Oliver, D. J. Smith and J. R. C. Holland, "A
(22) M. Yagiura, "Genetic Algorithms for Combinatorial Optimization Problems," Department of Applied Mathematics and ulty of Engineering, Kyoto University, 1
(23) 柳浦，永持，茨木，"サブツアー交換交叉のコメント," (人工知能学会誌に投稿予定
(24) T. Yamada and R. Nakano, "A Genetic plicable to Large-Scale Job-Shop Proble *Int. Workshop on Parallel Problem Sol ture*, 281–290, 1992.
(25) 山村, 小野, 小林, "形質の遺伝を重視したリズムに基づく巡回セールスマン問題の能学会誌 **7**, No. 6, 117–127, 1992.
(26) N. L. J. Ulder, E. Pesch, P. J. M. Van L J. Bandelt and E. H. L. Aarts, "Genetic Algorithms for the Traveling Salesman P *1st Int. Workshop on Parallel Problem Nature* 1990.
(27) D. Whitley, T. Starkweather and D. Fuq ing Problems and Traveling Salesmen: Edge Recombination Operator," *Proc. 3* 140, 1989.

柳浦　睦憲　(非会員) 平 3 京大・工・数理卒院修士課程了．平 6 同大学院現在同大助手．組合せ最適化似解法の研究に興味を持つ．

茨木　俊秀　(非会員) 昭 38 京大・工・電気学院修士課程了．昭 44 京大助授．昭 58 豊橋技術科学大学教工・数理工学科教授．Illinois 大学，Simon Fraser 大学，Ru員．組合せ最適化，計算の複雑従事．著書「アルゴリズムと「Resource Allocation Problems」など．工博